

**PROGRAMA *M\_mate-info***

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**

**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică**

**COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI**

**CLASA a IX-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b>, în limbaj cotidian sau în probleme de matematică, a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor</li> <li><b>Utilizarea</b> proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate</li> <li><b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale</li> <li><b>Deducerea</b> unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice</li> <li><b>Redactarea</b> rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor</li> <li><b>Transpunerea</b> unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale</li> <li>Propoziție, predicat, cuantificatori</li> <li>Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd</li> <li>Inducția matematică</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Recunoașterea</b> unor corespondențe care sunt funcții, șiruri, progresii</li> <li><b>Utilizarea</b> unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora</li> <li><b>Descrierea</b> unor șiruri/funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare și raționamentul inductiv</li> <li><b>Caracterizarea</b> unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora</li> <li><b>Analizarea</b> unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe <math>\mathbb{N}</math> prin raționament de tip inductiv</li> <li><b>Transpunerea</b> unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe <math>\mathbb{N}</math></li> </ol>	<p><b>Șiruri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone</li> <li>Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii</li> <li>Condiția ca <math>n</math> numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru <math>n \geq 3</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia</li> <li><b>Caracterizarea</b> egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor</li> <li><b>Operarea</b> cu funcții reprezentate în diferite moduri și caracterizarea calitativă a acestor reprezentări</li> <li><b>Caracterizarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate</li> <li><b>Deducerea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică</li> <li><b>Analizarea</b> unor situații practice și descrierea</li> </ol>	<p><b>Funcții; lecturi grafice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma <math>x = m</math> sau <math>y = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții</li> <li>Funcții numerice (<math>F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}</math>) ; reprezentarea geometrică a graficului: intersecția</li> </ul>

<p>lor cu ajutorul funcțiilor</p>	<p>cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma <math>f(x) = g(x)</math>, (<math>\leq, &lt;, &gt;, \geq</math>) ; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate/imparitate, simetria graficului față de drepte de forma <math>x = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math>, periodicitate</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> funcției de gradul I descrisă în moduri diferite</li> <li>2. <b>Utilizarea</b> unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor</li> <li>3. <b>Descrierea</b> unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției</li> <li>6. <b>Modelarea</b> unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și/sau a inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiție; reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax + b</math>, unde <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math></li> <li>• Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței <math>f(x_1) - f(x_2)</math> (sau prin studierea semnelui raportului <math>\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}</math>, <math>x_1, x_2 \in \mathbb{R}</math>, <math>x_1 \neq x_2</math>)</li> <li>• Inecuații de forma <math>ax + b \leq 0</math> (<math>&lt;, &gt;, \geq</math>) studiate pe <math>\mathbb{R}</math> sau pe intervale de numere reale</li> <li>• Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul <math>\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}</math>, <math>a, b, c, m, n, p</math> numere reale</li> <li>• Sisteme de inecuații de gradul I</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Diferențierea</b>, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică</li> <li>2. <b>Completarea</b> unor tabele de valori pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații</li> <li>6. <b>Utilizarea</b> funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, cu <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math> și <math>a \neq 0</math> intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, simetria față de drepte de forma <math>x = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}</math>, cu <math>s, p \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice</li> <li>2. <b>Determinarea</b> unor funcții care verifică anumite condiții precizate</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor</li> </ol>	<p><b>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței <math>f(x_1) - f(x_2)</math> sau prin rata creșterii /descreșterii: <math>\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}</math>, <math>x_1, x_2 \in \mathbb{R}</math>, <math>x_1 \neq x_2</math>, punct de extrem, vârful parabolei</li> <li>• Poziționarea parabolei față de axa <math>Ox</math>, semnul funcției, inecuații de forma <math>ax^2 + bx + c \leq 0</math> (<math>\geq, &lt;, &gt;</math>), <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>, studiate pe <math>\mathbb{R}</math> sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică:</li> </ul>

<p>ecuației asociate funcției de gradul al II-lea</p> <p><b>6. Interpretarea</b> informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare</p>	<p>imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axa <math>Oy</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}</math>, <math>a, b, c, m, n \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<p><b>1. Identificarea</b> unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte</p> <p><b>2. Transpunerea</b> unor operații cu vectori în contexte geometrice date</p> <p><b>3. Utilizarea</b> operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică</p> <p><b>4. Utilizarea</b> limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice</p> <p><b>5. Identificarea</b> condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date</p> <p><b>6. Aplicarea</b> calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică</p>	<p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segment orientat, vectori, vectori coliniari</li> <li>• Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari</li> </ul>
<p><b>1. Descrierea</b> sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan</p> <p><b>2. Caracterizarea</b> sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date</p> <p><b>3. Alegerea</b> metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism</p> <p><b>4. Trecerea</b> de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată</p> <p><b>5. Interpretarea</b> coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice</p> <p><b>6. Analizarea</b> comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme</p>	<p><b>Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectorul de poziție a unui punct</li> <li>• Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)</li> <li>• Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)</li> <li>• Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva</li> </ul>
<p><b>1. Identificarea</b> legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziane pe cercul trigonometric</p> <p><b>2. Calcularea</b> unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice</p> <p><b>3. Determinarea</b> măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice</p> <p><b>4. Caracterizarea</b> unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric</p> <p><b>5. Determinarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice</p> <p><b>6. Optimizarea</b> calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor</p>	<p><b>Elemente de trigonometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: <math>\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\operatorname{tg} : [0, \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}</math></li> <li>• Definirea funcțiilor trigonometrice: <math>\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}</math>, <math>\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}</math></li> <li>• Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: <math>\sin(a+b)</math>, <math>\sin(a-b)</math>, <math>\cos(a+b)</math>, <math>\cos(a-b)</math>, <math>\sin 2a</math>, <math>\cos 2a</math>, <math>\sin a + \sin b</math>, <math>\sin a - \sin b</math>, <math>\cos a + \cos b</math>, <math>\cos a - \cos b</math> (transformarea sumei în produs)</li> </ul>

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie</li> <li>2. <b>Aplicarea</b> unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii</li> <li>3. <b>Prelucrarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia</li> <li>4. <b>Analizarea</b> unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare</li> <li>5. <b>Aplicarea</b> unor metode variate pentru optimizarea calculului de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii</li> <li>6. <b>Modelarea</b> unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice</li> </ol>	<p><b>Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic</li> <li>• Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare</li> <li>• Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii</li> </ul>
---	---

**CLASA a X-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice</li> <li>2. <b>Determinarea</b> echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații</li> <li>4. <b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real sau complex în funcție de contexte în vederea optimizării calculului</li> <li>5. <b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculului</li> <li>6. <b>Determinarea</b> unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații</li> </ol>	<p><b>Mulțimi de numere</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Numere reale:</b> proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale</li> <li>• Radical de ordin <math>n</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math> și <math>n \geq 2</math>) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor</li> <li>• Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare</li> <li>• <b>Mulțimea <math>\mathbb{C}</math>.</b> Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real</li> <li>• Rezolvarea în <math>\mathbb{C}</math> a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali. Ecuații bipătrate</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Trasarea</b> prin puncte a graficelor unor funcții</li> <li>2. <b>Prelucrarea</b> informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, convexitate)</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și în rezolvarea de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice</li> <li>5. <b>Interpretarea</b>, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor</li> <li>6. <b>Utilizarea</b> echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice</li> </ol>	<p><b>Funcții și ecuații</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funcția putere cu exponent natural: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow D</math>, <math>f(x) = x^n</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>n \geq 2</math> și funcția radical: <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> și <math>n \geq 2</math>, unde <math>D = [0, +\infty)</math> pentru <math>n</math> par și <math>D = \mathbb{R}</math> pentru <math>n</math> impar</li> <li>• Funcția exponențială: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)</math>, <math>f(x) = a^x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math> și funcția logaritmică: <math>f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \log_a x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math></li> <li>• Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă</li> <li>• Funcții trigonometrice directe și inverse</li> <li>• Rezolvări de ecuații folosind proprietățile</li> </ul>

	<p>funcțiilor:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3</li> <li>2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice</li> <li>3. Ecuații trigonometrice:             <math display="block">\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1, 1],</math> <math display="block">\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},</math> <math display="block">\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),</math> <math display="block">\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)</math> </li> </ol> <p><i>Notă:</i> Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x)=0</math>, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate.</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Diferențierea</b> problemelor în funcție de numărul de soluții admise</li> <li>2. <b>Identificarea</b> tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv</li> <li>4. <b>Exprimarea</b>, în moduri variate, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> unor situații-problemă având conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică</li> <li>6. <b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor</li> </ol>	<p><b>Metode de numărare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor <math>f: A \rightarrow B</math>, unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite</li> <li>• Permutări             <ul style="list-style-type: none"> <li>- numărul de mulțimi ordonate care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu <math>n</math> elemente</li> <li>- numărul funcțiilor bijectivitate <math>f: A \rightarrow B</math>, unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite</li> </ul> </li> <li>• Aranjamente             <ul style="list-style-type: none"> <li>- numărul submulțimilor ordonate cu câte <math>k</math> elemente fiecare, <math>k \leq n</math>, care se pot forma cu cele <math>n</math> elemente ale unei mulțimi finite</li> <li>- numărul funcțiilor injective <math>f: A \rightarrow B</math>, unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite</li> </ul> </li> <li>• Combinări - numărul submulțimilor cu câte <math>k</math> elemente, unde <math>0 \leq k \leq n</math>, ale unei mulțimi finite cu <math>n</math> elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu <math>n</math> elemente</li> <li>• Binomul lui Newton</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete</li> <li>2. <b>Interpretarea</b> primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramelelor</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz</li> <li>4. <b>Transpunerea</b> în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice</li> <li>5. <b>Analizarea</b> și <b>interpretarea</b> unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice</li> <li>6. <b>Corelarea</b> datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate</li> </ol>	<p><b>Matematici financiare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA</li> <li>• Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice</li> <li>• Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie</li> <li>• Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile</li> </ul> <p><i>Notă:</i> Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</p>

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Descrierea</b> unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori</li> <li>2. <b>Descrierea</b> analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței</li> <li>6. <b>Modelarea</b> unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial</li> </ol>	<p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real, coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan</li> <li>• Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte</li> <li>• Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan; calcularea unor distanțe și a unor arii</li> </ul>
---	--

**CLASA a XI-a - 4 ore/săpt.**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic</li> <li>2. <b>Asocierea</b> unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> algoritmilor de calcul în situații practice</li> <li>4. <b>Rezolvarea</b> unor ecuații și sisteme utilizând algoritmi specifici</li> <li>5. <b>Stabilirea</b> unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora</li> <li>6. <b>Optimizarea</b> rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)</li> </ol>	<p><b>ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</b></p> <p><b>Permutări</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noțiunea de permutare, operații, proprietăți</li> <li>• Inversiuni, semnul unei permutări</li> </ul> <p><b>Matrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice</li> <li>• Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți</li> </ul> <p><b>Determinanți</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinant de ordin <math>n</math>, proprietăți</li> </ul> <p><b>Sisteme de ecuații liniare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice inversabile din <math>\mathcal{M}_n(\mathbb{C})</math>, <math>n \leq 4</math></li> <li>• Ecuații matriceale</li> <li>• Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice</li> <li>• Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouché, metoda Gauss</li> <li>• Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Caracterizarea</b> unor șiruri și a unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare</li> <li>2. <b>Interpretarea</b> unor proprietăți ale șirurilor și ale altor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme și modelarea unor procese</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și/sau calitative ale unei funcții</li> <li>5. <b>Studierea</b> unor funcții din punct de vedere cantitativ și/sau calitativ utilizând diverse</li> </ol>	<p><b>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</b></p> <p><b>Limite de funcții</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile <math>+\infty</math> și <math>-\infty</math></li> <li>• Funcții reale de variabilă reală: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse</li> <li>• Limita unui șir utilizând vecinătăți, șiruri convergente</li> <li>• Monotonie, mărginire, limite; proprietatea lui</li> </ul>

procedee: majorări sau minorări pe un interval dat, proprietăți algebrice și de ordine ale mulțimii numerelor reale în studiul calitativ local, utilizare a reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și/sau pentru identificarea unor proprietăți

**6. Explorarea** unor proprietăți cu caracter local și/sau global ale unor funcții utilizând reprezentarea grafică, continuitatea sau derivabilitatea

**Note:**

- În introducerea noțiunilor de limită a unui șir într-un punct și de șir convergent nu se vor introduce definițiile cu  $\varepsilon$  și nici teorema de convergență cu  $\varepsilon$ .
- Se utilizează exprimarea „proprietatea lui ...”, „regula lui ...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

Weierstrass. Exemple semnificative:  $(a^n)_n$ ,  $(n^a)_n$ ,  $\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right)_n$  (fără demonstrație), numărul

$e$ ; limita șirului  $\left(\left(1 + u_n\right)^{\frac{1}{u_n}}\right)_n$ ,  $u_n \rightarrow 0$ ,  $u_n \neq 0$ ,

pentru orice număr natural  $n$

- Operații cu șiruri care au limită
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale
- Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty^0$ ,  $0^0$
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice

**Continuitate**

- Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue
- Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în  $\mathbb{R}$

**Derivabilitate**

- Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții derivabile, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate
- Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema lui Rolle, teorema lui Lagrange și interpretarea lor geometrică, corolarul teoremei lui Lagrange referitor la derivata unei funcții într-un punct
- Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: monotonia funcțiilor, puncte de extrem
- Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune
- Regulile lui l'Hospital

**Reprezentarea grafică a funcțiilor**

- Reprezentarea grafică a funcțiilor
- Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații
- Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă)

**CLASA a XII-a - 4 ore/săpt.**

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. <b>Identificarea</b> proprietăților operațiilor cu care este înzestrată o mulțime</p> <p>2. <b>Evidențierea</b> asemănărilor și a deosebirilor dintre proprietățile unor operații definite pe mulțimi diferite</p> <p>3.1. <b>Determinarea și verificarea</b> proprietăților structurilor algebrice, inclusiv verificarea faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism</p> <p>4. <b>Utilizarea</b> unor proprietăți ale operațiilor în calcule specifice unei structuri algebrice</p> <p>5.1. <b>Utilizarea</b> unor proprietăți ale structurilor algebrice în rezolvarea unor probleme de aritmetică</p> <p>6.1. <b>Transferarea</b>, între structuri izomorfe, a datelor inițiale și a rezultatelor, pe baza proprietăților operațiilor</p>	<p><b>ELEMENTE DE ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Grupuri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă</li> <li>• Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, grupul aditiv al claselor de resturi modulo <math>n</math></li> <li>• Subgrup</li> <li>• Grup finit, tabla operației, ordinul unui element</li> <li>• Morfism, izomorfism de grupuri</li> </ul>
<p>1. <b>Identificarea</b> legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia</p> <p>2. <b>Identificarea</b> unor metode de calcul ale integralelor, prin realizarea de legături cu reguli de derivare</p> <p>3. <b>Utilizarea</b> algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite</p> <p>4. <b>Explicarea</b> opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor</p> <p>5. <b>Folosirea</b> proprietăților unei funcții continue, pentru calcularea integralei acesteia pe un interval</p> <p>6.1. <b>Utilizarea</b> proprietăților de monotonie a integralei în estimarea valorii unei integrale definite și în probleme cu conținut practic</p> <p>6.2. <b>Modelarea</b> comportării unei funcții prin utilizarea primitivelor sale</p>	<p><b>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Probleme care conduc la noțiunea de integrală <b>Primitive</b> (antiderivate)</li> <li>• Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite, liniaritate. Primitive uzuale</li> </ul> <p><b>Integrala definită</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diviziuni ale unui interval <math>[a,b]</math>, norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare, sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval <math>[a,b]</math></li> <li>• Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.</li> <li>• Formula Leibniz – Newton</li> <li>• Integrabilitatea funcțiilor continue, teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue</li> <li>• Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă.</li> </ul> <p><i>Notă: Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i></p>



**PROGRAMA *M\_șt-nat***

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

**COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI**

**CLASA a IX-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b>, în limbaj cotidian sau în probleme de matematică, a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor</li> <li><b>Utilizarea</b> proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate</li> <li><b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale</li> <li><b>Deducerea</b> unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice</li> <li><b>Redactarea</b> rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor</li> <li><b>Transpunerea</b> unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale</li> <li>Propoziție, predicat, cuantificatori</li> <li>Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd</li> <li>Inducția matematică</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Recunoașterea</b> unor corespondențe care sunt funcții, șiruri, progresii</li> <li><b>Utilizarea</b> unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora</li> <li><b>Descrierea</b> unor șiruri/funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare și raționamentul inductiv</li> <li><b>Caracterizarea</b> unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora</li> <li><b>Analizarea</b> unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe <math>\mathbb{N}</math> prin raționament de tip inductiv</li> <li><b>Transpunerea</b> unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe <math>\mathbb{N}</math></li> </ol>	<p><b>Șiruri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone</li> <li>Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii</li> <li>Condiția ca <math>n</math> numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru <math>n \geq 3</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia</li> <li><b>Caracterizarea</b> egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor</li> <li><b>Operarea</b> cu funcții reprezentate în diferite moduri și caracterizarea calitativă a acestor reprezentări</li> <li><b>Caracterizarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate</li> <li><b>Deducerea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică</li> <li><b>Analizarea</b> unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor</li> </ol>	<p><b>Funcții; lecturi grafice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma <math>x = m</math> sau <math>y = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții</li> <li>Funcții numerice (<math>F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}</math>); reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor</li> </ul>

	<p>ecuații și inecuații de forma <math>f(x) = g(x)</math>, <math>(\leq, &lt;, &gt;, \geq)</math>; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate/imparitate, simetria graficului față de drepte de forma <math>x = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math>, periodicitate</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> funcției de gradul I descrisă în moduri diferite</li> <li>2. <b>Utilizarea</b> unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații</li> <li>3. <b>Descrierea</b> unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției</li> <li>6. <b>Modelarea</b> unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și/sau a inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiție; reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax + b</math>, unde <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math></li> <li>• Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței <math>f(x_1) - f(x_2)</math> (sau prin studierea semnelor raportului <math>\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}</math>, <math>x_1, x_2 \in \mathbb{R}</math>, <math>x_1 \neq x_2</math>)</li> <li>• Inecuații de forma <math>ax + b \leq 0</math> (<math>&lt;, &gt;, \geq</math>) studiate pe <math>\mathbb{R}</math> sau pe intervale de numere reale</li> <li>• Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul <math>\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}</math>, <math>a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Sisteme de inecuații de gradul I</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Diferențierea</b>, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică</li> <li>2. <b>Completarea</b> unor tabele de valori pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații</li> <li>6. <b>Utilizarea</b> funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, cu <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math> și <math>a \neq 0</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, simetria față de drepte de forma <math>x = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}</math>, cu <math>s, p \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice</li> <li>2. <b>Determinarea</b> unor funcții care verifică anumite condiții precizate</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor</li> </ol>	<p><b>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței <math>f(x_1) - f(x_2)</math> sau prin rata creșterii /descreșterii: <math>\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}</math>, <math>x_1, x_2 \in \mathbb{R}</math>, <math>x_1 \neq x_2</math>, punct de extrem, vârful parabolei</li> <li>• Poziționarea parabolei față de axa <math>Ox</math>, semnul funcției, inecuații de forma <math>ax^2 + bx + c \leq 0</math>, (<math>\geq, &lt;, &gt;</math>), <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>, studiate pe <math>\mathbb{R}</math> sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică:</li> </ul>

<p>ecuației asociate funcției de gradul al II-lea</p> <p><b>6. Interpretarea</b> informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare</p>	<p>imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axa <math>Oy</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}</math> <math>a, b, c, m, n \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<p><b>1. Identificarea</b> unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte</p> <p><b>2. Transpunerea</b> unor operații cu vectori în contexte geometrice date</p> <p><b>3. Utilizarea</b> operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică</p> <p><b>4. Utilizarea</b> limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice</p> <p><b>5. Identificarea</b> condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date</p> <p><b>6. Aplicarea</b> calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică</p>	<p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segment orientat, vectori, vectori coliniari</li> <li>• Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari</li> </ul>
<p><b>1. Descrierea</b> sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan</p> <p><b>2. Caracterizarea</b> sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date</p> <p><b>3. Alegerea</b> metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism</p> <p><b>4. Trecerea</b> de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată</p> <p><b>5. Interpretarea</b> coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice</p> <p><b>6. Analizarea</b> comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme</p>	<p><b>Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectorul de poziție a unui punct</li> <li>• Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)</li> <li>• Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)</li> <li>• Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva</li> </ul>
<p><b>1. Identificarea</b> legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziane pe cercul trigonometric</p> <p><b>2. Calcularea</b> unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice</p> <p><b>3. Determinarea</b> măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice</p> <p><b>4. Caracterizarea</b> unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric</p> <p><b>5. Determinarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice</p> <p><b>6. Optimizarea</b> calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor</p>	<p><b>Elemente de trigonometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cercul trigonometric, definierea funcțiilor trigonometrice: <math>\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\operatorname{tg} : [0, \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}</math></li> <li>• Definierea funcțiilor trigonometrice: <math>\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}</math>, <math>\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}</math></li> <li>• Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: <math>\sin(a+b)</math>, <math>\sin(a-b)</math>, <math>\cos(a+b)</math>, <math>\cos(a-b)</math>, <math>\sin 2a</math>, <math>\cos 2a</math>, <math>\sin a + \sin b</math>, <math>\sin a - \sin b</math>, <math>\cos a + \cos b</math>, <math>\cos a - \cos b</math> (transformarea sumei în produs)</li> </ul>

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie</li> <li>2. <b>Aplicarea</b> unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii</li> <li>3. <b>Prelucrarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia</li> <li>4. <b>Analizarea</b> unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare</li> <li>5. <b>Aplicarea</b> unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii</li> <li>6. <b>Modelarea</b> unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice</li> </ol>	<p><b>Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic</li> <li>• Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare</li> <li>• Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii</li> </ul>
---	---

### CLASA a X-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice</li> <li>2. <b>Determinarea</b> echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și în rezolvarea de ecuații</li> <li>4. <b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real sau complex în funcție de contexte în vederea optimizării calculelor</li> <li>5. <b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor</li> <li>6. <b>Determinarea</b> unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații</li> </ol>	<p><b>Mulțimi de numere</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Numere reale:</b> proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale</li> <li>• Radical de ordin <math>n</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math> și <math>n \geq 2</math>) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor</li> <li>• Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare</li> <li>• <b>Mulțimea <math>\mathbb{C}</math>.</b> Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real</li> <li>• Rezolvarea în <math>\mathbb{C}</math> a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali. Ecuații bipătrate</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Trasarea</b> prin puncte a graficelor unor funcții</li> <li>2. <b>Prelucrarea</b> informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, convexitate)</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și rezolvarea de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice</li> <li>5. <b>Interpretarea</b>, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor</li> <li>6. <b>Utilizarea</b> echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice</li> </ol>	<p><b>Funcții și ecuații</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funcția putere cu exponent natural: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow D</math>, <math>f(x) = x^n</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> și <math>n \geq 2</math> și funcția radical: <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> și <math>n \geq 2</math>, unde <math>D = [0, +\infty)</math> pentru <math>n</math> par și <math>D = \mathbb{R}</math> pentru <math>n</math> impar</li> <li>• Funcția exponențială: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)</math>, <math>f(x) = a^x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math> și funcția logaritmică: <math>f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \log_a x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math></li> <li>• Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă</li> <li>• Funcții trigonometrice directe și inverse</li> <li>• Rezolvări de ecuații folosind proprietățile</li> </ul>

	<p>funcțiilor:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3</li> <li>2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice</li> <li>3. Ecuații trigonometrice:             <math display="block">\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1, 1],</math> <math display="block">\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},</math> <math display="block">\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),</math> <math display="block">\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)</math> </li> </ol> <p><i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x)=0</math>, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate</i></p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Diferențierea</b> problemelor în funcție de numărul de soluții admise</li> <li>2. <b>Identificarea</b> tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv</li> <li>4. <b>Exprimarea</b>, în moduri diferite, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> unor situații-problemă având conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică</li> <li>6. <b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor</li> </ol>	<p><b>Metode de numărare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor <math>f: A \rightarrow B</math>, unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite</li> <li>• Permutări             <ul style="list-style-type: none"> <li>- numărul de mulțimi ordonate care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu <math>n</math> elemente</li> <li>- numărul funcțiilor bijectivitate <math>f: A \rightarrow B</math>, unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite</li> </ul> </li> <li>• Aranjamente             <ul style="list-style-type: none"> <li>- numărul submulțimilor ordonate cu câte <math>k</math> elemente fiecare, <math>k \leq n</math>, care se pot forma cu cele <math>n</math> elemente ale unei mulțimi finite</li> <li>- numărul funcțiilor injective <math>f: A \rightarrow B</math>, unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite</li> </ul> </li> <li>• Combinări - numărul submulțimilor cu câte <math>k</math> elemente, unde <math>0 \leq k \leq n</math>, ale unei mulțimi finite cu <math>n</math> elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu <math>n</math> elemente</li> <li>• Binomul lui Newton</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete</li> <li>2. <b>Interpretarea</b> primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramelelor</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz</li> <li>4. <b>Transpunerea</b> în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice</li> <li>5. <b>Analizarea și interpretarea</b> unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice</li> <li>6. <b>Corelarea</b> datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate</li> </ol>	<p><b>Matematici financiare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA</li> <li>• Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice</li> <li>• Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie</li> <li>• Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile</li> </ul> <p><i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i></p>

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Descrierea</b> unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori</li> <li>2. <b>Descrierea</b> analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acestora și calcularea unor distanțe și a unor arii</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței</li> <li>6. <b>Modelarea</b> unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial</li> </ol>	<p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real, coordonate carteziane ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan</li> <li>• Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte</li> <li>• Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan; calcularea unor distanțe și a unor arii</li> </ul>
---	--

**CLASA a XI-a - 3 ore/săpt.**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic</li> <li>2. <b>Asocierea</b> unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice</li> <li>4. <b>Rezolvarea</b> unor sisteme utilizând algoritmi specifici</li> <li>5. <b>Stabilirea</b> unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora</li> <li>6. <b>Optimizarea</b> rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)</li> </ol>	<p><b>ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</b></p> <p><b>Matrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice</li> <li>• Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți</li> </ul> <p><b>Determinanți</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți</li> </ul> <p><b>Sisteme de ecuații liniare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrice inversabile din <math>\mathcal{M}_n(\mathbb{C})</math>, <math>n = \overline{2,3}</math></li> <li>• Ecuații matriceale</li> <li>• Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem linear</li> <li>• Metoda Cramer de rezolvare a sistemelor liniare</li> <li>• Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Caracterizarea</b> unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare</li> <li>2. <b>Interpretarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor cu ajutorul reprezentărilor grafice</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și/sau calitative ale unei funcții</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și pentru identificarea unor proprietăți</li> <li>6. <b>Determinarea</b> unor optimuri situaționale prin aplicarea calculului diferențial în probleme practice</li> </ol>	<p><b>Elemente de analiză matematică</b></p> <p><b>Limite de funcții</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile <math>+\infty</math> și <math>-\infty</math></li> <li>• Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale</li> <li>• Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere (<math>n = \overline{2,3}</math>), funcția radical (<math>n = \overline{2,3}</math>), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: <math>\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty</math></li> <li>• Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, orizontale și oblice</li> </ul>

	<p><b>Funcții continue</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue</li> <li>• Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale</li> </ul> <p><b>Funcții derivabile</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile</li> <li>• Operații cu funcții derivabile, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate</li> <li>• Regulile lui l'Hospital pentru cazurile <math>\frac{0}{0}</math>, <math>\frac{\infty}{\infty}</math></li> </ul> <p><b>Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rolul derivatelor de ordin I și de ordinul al II-lea în studiul funcțiilor: monotonie, puncte de extrem, concavitate, convexitate</li> <li>• Reprezentarea grafică a funcțiilor</li> </ul> <p><b>Notă:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se utilizează exprimarea „proprietatea lui ...”, „regula lui ...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</li> </ul>
--	--

**CLASA a XII-a - 3 ore/săpt.**

Competențe specifice	Conținuturi
<p><b>1. Recunoașterea</b> structurilor algebrice, a mulțimilor de numere și de matrice</p> <p><b>2.1. Identificarea</b> unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia</p> <p><b>2.2. Determinarea</b> și verificarea proprietăților unei structuri</p> <p><b>3.1. Verificarea</b> faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism</p> <p><b>4. Explicarea</b> modului în care sunt utilizate, în calcule specifice, proprietățile operațiilor unei structuri algebrice</p> <p><b>5.1. Utilizarea</b> structurilor algebrice în rezolvarea de probleme practice</p> <p><b>6.1. Exprimarea</b> unor probleme practice, folosind structuri algebrice</p>	<p><b>ELEMENTE DE ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Grupuri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lege de compoziție internă, tabla operației</li> <li>• Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupul aditiv al claselor de resturi modulo <math>n</math></li> <li>• Morfism și izomorfism de grupuri</li> </ul>
<p><b>1. Identificarea</b> legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia</p> <p><b>2. Stabilirea</b> unor proprietăți ale calculului integral, prin analogie cu proprietăți ale calculului diferențial</p> <p><b>3. Utilizarea</b> algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite</p> <p><b>4. Explicarea</b> opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor</p>	<p><b>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Probleme care conduc la noțiunea de integrală</li> </ul> <p><b>Primitive</b> (antiderivate)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale</li> </ul> <p><b>Integrala definită</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiția integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz-Newton</li> <li>• Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"><li>• Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă.</li></ul> <p><i>Notă:</i> Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă” pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</p>
--	--



**PROGRAMA *M\_tehnologic***

**Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale**

**COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI**

**CLASA a IX-a - 3 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor</li> <li><b>Reprezentarea</b> adecvată a mulțimilor și a operațiilor logice în scopul identificării unor proprietăți ale acestora</li> <li><b>Alegerea și utilizarea</b> de algoritmi pentru efectuarea unor operații cu numere reale, cu mulțimi, cu propoziții/predicate</li> <li><b>Deducerea</b> unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice</li> <li><b>Redactarea</b> rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor</li> <li><b>Transpunerea</b> unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale</li> <li>Propoziție, predicat, cuantificatori</li> <li>Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate)</li> <li>Inducția matematică</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Recunoașterea</b> unor corespondențe care sunt șiruri, progresii aritmetice sau geometrice</li> <li><b>Calcularea</b> valorilor unor șiruri care modelează situații practice în scopul caracterizării acestora</li> <li><b>Alegerea și utilizarea</b> unor modalități adecvate de calculare a elementelor unui șir</li> <li><b>Interpretarea</b> grafică a unor relații provenite din probleme practice</li> <li><b>Analizarea</b> datelor în vederea aplicării unor formule de recurență sau a raționamentului de tip inductiv în rezolvarea problemelor</li> <li><b>Analizarea și adaptarea</b> scrierii termenilor unui șir în funcție de context</li> </ol>	<p><b>Șiruri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Modalități de a descrie un șir; șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii</li> <li>Condiția ca <math>n</math> numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru <math>n \geq 3</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia</li> <li><b>Determinarea</b> soluțiilor unor ecuații, inecuații utilizând reprezentările grafice</li> <li><b>Alegerea și utilizarea</b> unei modalități adecvate de reprezentare grafică în vederea evidențierii unor proprietăți ale funcțiilor</li> <li><b>Exprimarea</b> monotoniei unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li> <li><b>Reprezentarea</b> geometrică a graficului unei funcții prin puncte și aproximarea acestuia printr-o curbă continuă</li> <li><b>Deducerea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică</li> </ol>	<p><b>Funcții; lecturi grafice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma <math>x = m</math> sau de forma <math>y = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții</li> <li>Funcții numerice <math>f : I \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>I</math> interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor</li> </ul>

	<p>ecuații de forma <math>f(x) = g(x)</math>; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate/imparitate (simetria graficului față de axa <math>Oy</math> sau origine), periodicitate</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compunerea funcțiilor; exemple de funcții numerice</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> funcției de gradul I descrisă în moduri diferite</li> <li>2. <b>Utilizarea</b> unor metode algebrice sau grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații</li> <li>3. <b>Descrierea</b> unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției</li> <li>6. <b>Rezolvarea</b> cu ajutorul funcțiilor a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiție; reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax + b</math>, unde <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math></li> <li>• Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției</li> <li>• Inecuații de forma <math>ax + b \leq 0</math> (<math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, <math>\geq</math>), <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, studiate pe <math>\mathbb{R}</math></li> <li>• Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul <math display="block">\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}</math>, <math>a, b, c, m, n, p</math> numere reale</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Diferențierea</b>, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică</li> <li>2. <b>Completarea</b> unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații</li> <li>6. <b>Identificarea</b> unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> cu <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math> și <math>a \neq 0</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, simetria față de drepte de forma <math>x = m</math> cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}</math>, cu <math>s, p \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice</li> <li>2. <b>Reprezentarea</b> grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> formulelor de calcul și a lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</li> <li>5. <b>Determinarea</b> unor relații între condiții algebrice date și graficul funcției de gradul al II-lea</li> <li>6. <b>Utilizarea</b> monotoniei și a punctelor de extrem în optimizarea rezultatelor unor probleme practice</li> </ol>	<p><b>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotonie; punct de extrem, vârful parabolei, interpretare geometrică</li> <li>• Poziționarea parabolei față de axa <math>Ox</math>, semnul funcției, inecuații de forma <math>ax^2 + bx + c \leq 0</math> (<math>\geq</math>, <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>), <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>, interpretare geometrică</li> <li>• Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}</math>, cu <math>a, b, c, m, n \in \mathbb{R}</math>, interpretare geometrică</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte</li> <li>2. <b>Aplicarea</b> regulilor de calcul pentru</li> </ol>	<p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segment orientat, vectori, vectori coliniari</li> <li>• Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului,</li> </ul>

<p>determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date</p> <p>3. <b>Utilizarea</b> operațiilor cu vectori pentru a descrie configurații geometrice date</p> <p>4. <b>Utilizarea</b> limbajului calculului vectorial pentru a descrie anumite configurații geometrice</p> <p>5. <b>Identificarea</b> condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date</p> <p>6. <b>Aplicarea</b> calculului vectorial în rezolvarea unor probleme din domenii conexe</p>	<p>regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori</p>
<p>1. <b>Identificarea</b> elementelor necesare pentru calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri</p> <p>2. <b>Utilizarea</b> unor tabele și formule pentru calcule în trigonometrie și în geometrie</p> <p>3. <b>Determinarea</b> măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice</p> <p>4. <b>Transpunerea</b> într-un limbaj specific trigonometriei și geometriei a unor probleme practice</p> <p>5. <b>Utilizarea</b> unor elemente de trigonometrie în rezolvarea triunghiului oarecare</p> <p>6. <b>Analizarea</b> și <b>interpretarea</b> rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice</p>	<p><b>Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Rezolvarea triunghiului dreptunghic</li> <li>Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: <math>\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]</math>,  <math>\cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\operatorname{tg} : [0, \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}</math>,  <math>\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}</math></li> <li>Definirea funcțiilor trigonometrice:  <math>\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>, <math>\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>,  <math>\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}</math>,  <math>\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}</math></li> <li>Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: <math>\sin(a+b)</math>, <math>\sin(a-b)</math>,  <math>\cos(a+b)</math>, <math>\cos(a-b)</math>, <math>\sin 2a</math>, <math>\cos 2a</math>,</li> <li>Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului</li> </ul>

**CLASA a X-a - 3ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. <b>Identificarea</b> caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice</p> <p>2. <b>Compararea</b> și <b>ordonarea</b> numerelor reale utilizând metode variate</p> <p>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului cu puteri, radicali, logaritmi în contexte variate</p> <p>4. <b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real în vederea optimizării calculelor</p> <p>5. <b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor</p> <p>6. <b>Determinarea</b> unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații</p>	<p><b>Mulțimi de numere</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Numere reale:</b> proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul</li> <li>Media aritmetică, media ponderată, media geometrică, media armonică</li> <li>Radical unui număr (de ordin sau de ordin 3), proprietăți ale radicalilor</li> <li>Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare</li> <li><b>Mulțimea <math>\mathbb{C}</math>.</b> Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Rezolvarea în <math>\mathbb{C}</math> a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali</li> </ul>
<p>1. <b>Trasarea</b> prin puncte a graficelor unor funcții</p> <p>2. <b>Prelucrarea</b> informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți</p>	<p><b>Funcții și ecuații</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Funcția putere: <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = x^n</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math>,</li> </ul>

<p>ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, continuitate, convexitate)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><b>Utilizarea</b> de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și în rezolvarea de ecuații</li> <li><b>Exprimarea</b> în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice</li> <li><b>Interpretarea</b>, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor</li> <li><b>Utilizarea</b> echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice</li> </ol> <p><i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x)=0</math>, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonicitate, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate.</i></p>	<p><math>n \geq 2</math> și</p> <p>funcția radical: <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math>, <math>n = \overline{2,3}</math>, unde <math>D = [0, +\infty)</math> pentru <math>n</math> par și <math>D = \mathbb{R}</math> pentru <math>n</math> impar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Funcția exponențială <math>f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)</math>, <math>f(x) = a^x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math> și funcția logaritmică <math>f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \log_a x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math></li> <li>Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă</li> <li>Funcții trigonometrice directe și inverse</li> <li>Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3</li> <li>- Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice, utilizarea unor substituții care conduc la rezolvarea de ecuații algebrice</li> </ul> </li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Diferențierea</b> problemelor în funcție de numărul de soluții admise</li> <li><b>Identificarea</b> tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date</li> <li><b>Utilizarea</b> unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv</li> <li><b>Exprimarea</b> caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare</li> <li><b>Interpretarea</b> unor situații-problemă având conținut practic, cu ajutorul elementelor de combinatorică</li> <li><b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare a unor probleme în scopul optimizării rezultatelor</li> </ol>	<p><b>Metode de numărare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mulțimi finite: permutări, aranjamente, combinări, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu <math>n</math> elemente</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Recunoașterea</b> unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete</li> <li><b>Interpretarea</b> primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, a graficelor și a diagramelor</li> <li><b>Utilizarea</b> unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz</li> <li><b>Transpunerea</b> în limbaj matematic prin mijloace statistice, probabilistice a unor probleme practice</li> <li><b>Analizarea și interpretarea</b> unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice</li> <li><b>Corelarea</b> datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate</li> </ol>	<p><b>Matematici financiare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA</li> <li>Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice</li> <li>Interpretarea datelor statistice prin lectura reprezentărilor grafice</li> <li>Evenimente aleatoare egal probabile; probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile</li> </ul> <p><i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i></p>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Descrierea</b> unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori</li> <li><b>Descrierea</b> analitică, sintetică sau vectorială a</li> </ol>	<p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian în plan, coordonatele unui</li> </ul>

<p>relațiilor de paralelism</p> <p>3. <b>Utilizarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii</p> <p>4. <b>Exprimarea</b> analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice</p> <p>5. <b>Interpretarea</b> perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței</p> <p>6. <b>Modelarea</b> unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial</p>	<p>vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real, coordonate carteziane ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte</li> <li>Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte în plan; linii importante în triunghi, calcularea unor distanțe și a unor arii</li> </ul>
--	--

**CLASA a XI-a - 3 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. <b>Identificarea</b> unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic</p> <p>2. <b>Asocierea</b> unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces</p> <p>3. <b>Aplicarea</b> algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice</p> <p>4. <b>Rezolvarea</b> unor sisteme utilizând algoritmi specifici</p> <p>5. <b>Stabilirea</b> unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora</p> <p>6. <b>Optimizarea</b> rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)</p>	<p><b>ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</b></p> <p><b>Matrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice</li> <li>Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți</li> </ul> <p><b>Determinanți</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți</li> </ul> <p><b>Sisteme de ecuații liniare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Matrice inversabile din <math>\mathcal{M}_n(\mathbb{R}), n = \overline{2,3}</math></li> <li>Ecuatii matriceale</li> <li>Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar</li> <li>Metoda lui Cramer de rezolvare a sistemelor liniare</li> <li>Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan</li> </ul>
<p>1. <b>Caracterizarea</b> unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare</p> <p>2. <b>Interpretarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor cu ajutorul reprezentărilor grafice</p> <p>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme</p> <p>4. <b>Exprimarea</b> cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și calitative ale unei funcții</p> <p>5. <b>Utilizarea</b> reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și pentru identificarea unor proprietăți</p> <p>6. <b>Determinarea</b> unor optimuri situaționale prin aplicarea calculului diferențial în probleme practice</p> <p><i>Notă: Se utilizează exprimarea „proprietatea lui ...”, „regula lui ...” pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i></p>	<p><b>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</b></p> <p><b>Limite de funcții</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile <math>+\infty</math> și <math>-\infty</math></li> <li>Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale</li> <li>Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere (<math>n = \overline{2,3}</math>), funcția radical (<math>n = \overline{2,3}</math>), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: <math>\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty</math></li> <li>Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, orizontale și oblice</li> </ul> <p><b>Funcții continue</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue,</li> </ul>

	<p>interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale</li> </ul> <p><b>Funcții derivabile</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile</li> <li>• Operații cu funcții derivabile, calculul derivatelor de ordin I și de ordinul al II-lea pentru funcțiile studiate</li> <li>• Regulile lui l'Hospital pentru cazurile <math>\frac{0}{0}</math>, <math>\frac{\infty}{\infty}</math></li> </ul> <p><b>Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rolul derivatei de ordin I și de ordinul al II-lea în studiul funcțiilor: monotonie, puncte de extrem, concavitate, convexitate</li> <li>• Reprezentarea grafică a funcțiilor</li> </ul>
--	---

**CLASA a XII-a - 3 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<p><b>1. Recunoașterea</b> structurilor algebrice, a mulțimilor de numere și de matrice</p> <p><b>2.1. Identificarea</b> unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia</p> <p><b>2.2. Determinarea</b> și verificarea proprietăților unei structuri algebrice</p> <p><b>3.1. Verificarea</b> faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism</p> <p><b>4. Explicarea</b> modului în care sunt utilizate, în calcule specifice, proprietățile operațiilor unei structuri algebrice</p> <p><b>5.1. Utilizarea</b> structurilor algebrice în rezolvarea unor probleme practice</p> <p><b>6.1. Exprimarea</b> unor probleme practice, folosind structuri algebrice</p>	<p><b>ELEMENTE DE ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Grupuri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lege de compoziție internă, tabla operației</li> <li>• Grup, exemple: grupuri numerice, grupul aditiv al claselor de resturi modulo <math>n</math></li> <li>• Morfism și izomorfism de grupuri</li> </ul>
<p><b>1. Identificarea</b> legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia</p> <p><b>2. Stabilirea</b> unor proprietăți ale calculului integral, prin analogie cu proprietăți ale calculului diferențial</p> <p><b>3. Utilizarea</b> algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite</p> <p><b>4. Explicarea</b> opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor</p> <p><i>Notă: Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă” pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i></p>	<p><b>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</b></p> <p><b>Primitive</b> (antiderivate)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale</li> </ul> <p><b>Integrala definită</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definierea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz – Newton</li> <li>• Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare</li> <li>• Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă.</li> </ul>

**PROGRAMA *M\_pedagogic***

**Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare**

**COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI**

**CLASA a IX-a - 2 ore/săpt. (TC)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> în limbaj cotidian sau în probleme a unor noțiuni specifice logicii matematice și/sau a teoriei mulțimilor</li> <li>2. <b>Transcrierea</b> unui enunț în limbajul logicii matematice sau al teoriei mulțimilor</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> reprezentărilor grafice (diagrame, reprezentari pe axă), a tabelelor de adevăr, pentru efectuarea unor operații</li> <li>4. <b>Explicitarea</b> caracteristicilor unor mulțimi folosind limbajul logicii matematice</li> <li>5. <b>Redactarea</b> rezolvării unor probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și/sau al teoriei mulțimilor</li> <li>6. <b>Transpunerea</b> unei situații cotidiene în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale</li> <li>• Propoziție, predicat, cuantificatori</li> <li>• Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate)</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> unor corespondențe care sunt șiruri, progresii aritmetice sau geometrice</li> <li>2. <b>Reprezentarea</b> în diverse moduri a unor corespondențe, șiruri în scopul caracterizării acestora</li> <li>3. <b>Identificarea</b> unor formule de recurență pe bază de raționamente de tip inductiv</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> caracteristicilor unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, diagrame, grafice)</li> <li>5. <b>Deducerea</b> unor proprietăți ale șirurilor folosind diferite reprezentări sau raționamente de tip inductiv</li> <li>6. <b>Asocierea</b> unei situații-problemă cu un model matematic de tip șir, progresie aritmetică sau geometrică</li> </ol>	<p><b>Șiruri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modalități de a descrie un șir; șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia</li> <li>2. <b>Identificarea</b> unor puncte semnificative de pe graficul unei funcții</li> <li>3. <b>Folosirea</b> unor proprietăți ale funcțiilor pentru completarea graficului unei funcții pare, impare sau periodice</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unor funcții pe baza lecturii grafice</li> <li>5. <b>Reprezentarea</b> graficului prin puncte și aproximarea acestuia printr-o curbă continuă</li> <li>6. <b>Deducerea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică</li> </ol>	<p><b>Funcții; lecturi grafice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma <math>x = m</math> sau de forma <math>y = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lectură grafică; egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții, graficul unei funcții</li> <li>• Funcții numerice <math>f : I \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>I</math> interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma <math>f(x) = g(x)</math>; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică:</li> </ul>

	mărginire, monotonie, paritate/imparitate (simetria graficului față de axa $Oy$ sau față de origine), periodicitate
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> funcției de gradul I descrisă în moduri diferite</li> <li>2. <b>Identificarea</b> unor metode grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații</li> <li>3. <b>Descrierea</b> unor proprietăți desprinse din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații și din reprezentarea grafică a funcției de gradul I</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie prin funcții de gradul I, ecuații, inecuații sau sisteme de ecuații</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> cu ajutorul proporționalității a condițiilor pentru ca diverse date să fie caracterizate cu ajutorul unei funcții de gradul I</li> <li>6. <b>Rezolvarea</b> cu ajutorul funcțiilor a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiție; reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax + b</math>, unde <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math></li> <li>• Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției</li> <li>• Inecuații de forma <math>ax + b \leq 0, (&lt;, &gt;, \geq)</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math> studiate pe <math>\mathbb{R}</math></li> <li>• Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul <math display="block">\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Diferențierea</b> variației liniare/pătratice prin exemple</li> <li>2. <b>Completarea</b> unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului</li> <li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului (trasarea prin puncte semnificative)</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li> <li>5. <b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor și rezolvarea unor sisteme</li> <li>6. <b>Identificarea</b> unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, simetria față de drepte de forma <math>x = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, \text{ cu } s, p \in \mathbb{R}</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Recunoașterea</b> corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice</li> <li>2. <b>Reprezentarea</b> grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor</li> <li>3. <b>Utilizarea</b> lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații</li> <li>4. <b>Exprimarea</b> prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</li> <li>5. <b>Interpretarea</b> unei configurații din perspectiva poziției relative a unei drepte față de o parabolă</li> <li>6. <b>Utilizarea</b> lecturilor grafice în vederea optimizării rezolvării unor probleme practice</li> </ol>	<p><b>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotonie; punct de extrem, vârful parabolei, interpretare geometrică</li> <li>• Poziționarea parabolei față de axa <math>Ox</math>, semnul funcției, inecuații de forma <math>ax^2 + bx + c \leq 0</math> (<math>\geq, &lt;, &gt;</math>), cu <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>, interpretare geometrică</li> <li>• Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, a, b, c, m, n \in \mathbb{R}, \text{ interpretare geometrică}</math></li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Identificarea</b> unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte</li> <li>2. <b>Utilizarea</b> rețelelor de pătrate pentru determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date</li> <li>3. <b>Efectuarea</b> de operații cu vectori pe configurații geometrice date</li> <li>4. <b>Utilizarea</b> limbajului calculului vectorial pentru a descrie anumite configurații</li> </ol>	<p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segment orientat, vectori, vectori coliniari</li> <li>• Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari</li> </ul>



<p>geometrice</p> <p>5. <b>Identificarea</b> condițiilor necesare pentru efectuarea operațiilor cu vectori</p> <p>6. <b>Aplicarea</b> calculului vectorial în descrierea proprietăților unor configurații geometrice date</p>	
<p>1. <b>Descrierea</b> sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan</p> <p>2. <b>Reprezentarea</b> prin intermediul vectorilor a unei configurații geometrice plane date</p> <p>3. <b>Utilizarea</b> calculului vectorial sau a metodelor sintetice în rezolvarea unor probleme de geometrie metrică</p> <p>4. <b>Trecerea</b> de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) a unei configurații geometrice date</p> <p>5. <b>Determinarea</b> condițiilor necesare pentru coliniaritate, concurență sau paralelism</p> <p>6. <b>Analizarea</b> comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme</p>	<p><b>Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectorul de poziție a unui punct</li> <li>• Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)</li> <li>• Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)</li> </ul>
<p>1. <b>Identificarea</b> elementelor necesare pentru calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri</p> <p>2. <b>Utilizarea</b> unor tabele și a unor formule pentru calcule în trigonometrie și în geometrie</p> <p>3. <b>Aplicarea</b> teoremelor și a formulilor pentru determinarea unor măsuri (lungimi sau unghiuri)</p> <p>4. <b>Transpunerea</b> într-un limbaj specific trigonometriei și/sau geometriei a unor probleme practice</p> <p>5. <b>Utilizarea</b> unor elemente de trigonometrie în rezolvarea triunghiului dreptunghic/oarecare</p> <p>6. <b>Analizarea</b> și <b>interpretarea</b> rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice</p>	<p><b>Aplicații ale trigonometriei în geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rezolvarea triunghiului dreptunghic</li> <li>• Formulele (fără demonstrație):  <math>\cos(180^\circ - x) = -\cos x</math> ; <math>\sin(180^\circ - x) = \sin x</math></li> <li>• Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului</li> </ul>

**CLASA a X-a – 2 ore/săpt. (TC)**

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. <b>Identificarea</b> caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte variate</p> <p>2. <b>Compararea</b> și <b>ordonarea</b> numerelor reale utilizând metode variate</p> <p>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului cu puteri, radicali și logaritmi în contexte variate</p> <p>4. <b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real pentru optimizarea calculelor</p> <p>5. <b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor</p> <p>6. <b>Analizarea</b> validității unor afirmații prin utilizarea aproximărilor, a proprietăților sau a regulilor de calcul</p>	<p><b>Numere reale</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale</li> <li>• Radical dintr-un număr (ordin 2 sau ordin 3), proprietăți ale radicalilor</li> <li>• Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare</li> </ul>
<p>1. <b>Exprimarea</b> relațiilor de tip funcțional în diverse moduri</p> <p>2. <b>Prelucrarea</b> informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, bijectivitate, semn, convexitate)</p>	<p><b>Funcții și ecuații</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funcția putere: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow D</math> , <math>f(x) = x^n</math> , <math>n \in \mathbb{N}</math> , <math>n \geq 2</math> și</li> <li>funcția radical: <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math> , <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math> ,</li> </ul>

<p>3. <b>Utilizarea</b> de proprietăți ale funcțiilor în calcule și aproximări, prin metode diverse</p> <p>4. <b>Exprimarea</b> în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie printr-o funcție de o variabilă</p> <p>5. <b>Interpretarea</b> unor probleme de calcul în vederea optimizării rezultatului</p> <p>6. <b>Utilizarea</b> echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații</p> <p><i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x)=0</math>, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate</i></p>	<p><math>n = \overline{2,3}</math>, unde <math>D = [0, +\infty)</math> pentru <math>n</math> par și <math>D = \mathbb{R}</math> pentru <math>n</math> impar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Funcția exponențială <math>f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)</math>, <math>f(x) = a^x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math>, <math>a \neq 1</math> și funcția logaritmică <math>f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = \log_a x</math>, <math>a \in (0, +\infty)</math></li> <li>Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: <ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuatii care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3</li> <li>Ecuatii exponențiale, ecuații logaritmice, utilizarea unor substituții care conduc la rezolvarea unor ecuații algebrice</li> </ul> </li> </ul>
<p>1. <b>Recunoașterea</b> unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete</p> <p>2. <b>Interpretarea</b> primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramelor</p> <p>3. <b>Utilizarea</b> unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz</p> <p>4. <b>Transpunerea</b> în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice</p> <p>5. <b>Analizarea</b> și <b>interpretarea</b> unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice</p> <p>6. <b>Corelarea</b> datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate</p>	<p><b>Matematici financiare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Probleme de numărare: permutări, aranjamente, combinări</li> <li>Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA</li> <li>Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice. Interpretarea datelor statistice</li> <li>Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile</li> </ul> <p><i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, calcularea prețului de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i></p>
<p>1. <b>Descrierea</b> unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori</p> <p>2. <b>Descrierea</b> analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate</p> <p>3. <b>Utilizarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii</p> <p>4. <b>Exprimarea</b> analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice</p> <p>5. <b>Interpretarea</b> perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței</p> <p>6. <b>Modelarea</b> unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial</p>	<p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan; coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real coordonate carteziane ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan</li> <li>Ecuații ale dreptei în plan determinată de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinată de două puncte distincte date</li> <li>Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan, calcularea unor distanțe și a unor arii</li> </ul>

**CLASA a XI-a -1 oră/săpt. (TC)**

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. <b>Recunoașterea</b> și diferențierea mulțimilor de numere și a structurilor algebrice</p> <p>2. <b>Identificarea</b> unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia</p> <p>3. <b>Compararea</b> proprietăților algebrice sau aritmetice ale operațiilor definite pe diverse mulțimi în scopul identificării unor algoritmi</p>	<p><b>Structuri algebrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Legi de compoziție, proprietăți</li> <li>Structuri algebrice: monoid, grup, inel, corp. Exemple: mulțimile <math>\mathbb{N}</math>, <math>\mathbb{Z}</math>, <math>\mathbb{Z}_n</math>, <math>\mathbb{Q}</math>, <math>\mathbb{R}</math></li> </ul>

Anexa nr. 2 la Ordinul MEC nr. \_\_\_\_\_ privind aprobarea programelor pentru Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a și pentru probele scrise ale examenului de bacalaureat național, în anul școlar 2019 - 2020

<p><b>4. Exprimarea</b> proprietăților mulțimilor înzestrate cu operații prin identificarea organizării structurale a acestora</p> <p><b>5. Utilizarea</b> similarității operațiilor definite pe mulțimi diferite în deducerea unor proprietăți algebrice</p>	
---	--

**CLASA a XII-a - 1 oră/săpt. (TC)**

Competențe specifice	Conținuturi
<p><b>1. Identificarea</b> unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea sa matriceală</p> <p><b>2. Asocierea</b> unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces</p> <p><b>3. Aplicarea</b>, în situații practice, a algoritmilor de calcul cu matrice</p>	<p><b>Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare</b></p> <p><b>Matrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice</li> <li>• Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți</li> </ul> <p><b>Determinanți</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți</li> </ul>

## **PROGRAMA DE EXAMEN PENTRU DISCIPLINA ISTORIE**

### **COMPETENȚE DE EVALUAT**

#### **1. Utilizarea eficientă a comunicării și a limbajului de specialitate**

- 1.1. Formularea de argumente referitoare la un subiect istoric
- 1.2. Folosirea limbajului adecvat în cadrul unei prezentări scrise
- 1.3. Evidențierea relației cauză – efect într-o succesiune de evenimente sau procese istorice
- 1.4. Formularea, în scris, a unor opinii referitoare la o temă de istorie

#### **2. Exersarea demersurilor și acțiunilor civice democratice**

- 2.1. Extragerea informației esențiale dintr-un mesaj
- 2.2. Descoperirea constantelor în desfășurarea fenomenelor istorice studiate

#### **3. Aplicarea principiilor și a metodelor adecvate în abordarea surselor istorice**

- 3.1. Selectarea și comentarea surselor istorice pentru a susține/combate un punct de vedere
- 3.2. Descoperirea în sursele de informare a perspectivelor multiple asupra evenimentelor și proceselor istorice
- 3.3. Analiza diversității sociale, culturale și de civilizație în istorie pornind de la sursele istorice

#### **4. Utilizarea surselor istorice, a metodelor și a tehnicilor adecvate istoriei pentru rezolvarea de probleme**

- 4.1. Utilizarea adecvată a coordonatelor temporale și spațiale relative la un subiect istoric
- 4.2. Construirea de sinteze tematice

### **DOMENII DE CONȚINUT/CONȚINUTURI (clasa a XII-a)**

#### **A. POPOARE ȘI SPAȚII ISTORICE**

1. Romanitatea românilor în viziunea istoricilor.

#### **B. OAMENII, SOCIETATEA ȘI LUMEA IDEILOR**

1. Secolul XX – între democrație și totalitarism. Ideologii și practici politice în România și în Europa.
2. Constituțiile din România.

#### **C. STATUL ȘI POLITICA**

1. Autonomii locale și instituții centrale și în spațiul românesc (secolele IX-XVIII).
2. Statul român modern: de la proiect politic la realizarea României Mari. (secolele XVIII-XX) - cu excepția aspectelor referitoare la secolul al XX-lea din acest conținut.

## PROGRAMA DE EXAMEN PENTRU DISCIPLINA FIZICĂ

### I. STATUTUL DISCIPLINEI

**FIZICA** are în cadrul examenului de bacalaureat național în anul școlar 2019 - 2020 statutul de **disciplină opțională**, putând fi aleasă ca probă scrisă în conformitate cu filiera, profilul și specializarea absolvită.

În intenția de a veni în întâmpinarea candidaților care se pregătesc pentru continuarea studiilor în diferite filiere din învățământul superior, **elevii vor opta în timpul probei de examen pentru două dintre cele patru modulele** (A. MECANICĂ, B. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ, C. PRODUCEREA ȘI UTILIZAREA CURENTULUI CONTINUU, D. OPTICĂ).

Conținutul programei de examen a fost stabilit ținându-se seama de Programele Școlare de Fizică în vigoare pentru absolvenții promoției 2020 și având în vedere următoarele principii:

**1.** Volumul programei de examen, redus față de cel din curriculum, se limitează la unele capitole ale Fizicii care permit, în cadrul examenului de bacalaureat, o evaluare a atingerii competențelor de mai jos;

**2.** Cunoștințele de matematică necesare examenului de Fizică cuprind, în afara celor de aritmetică, algebră și geometrie elementară, operații cu puteri raționale, operații fundamentale cu funcții trigonometrice, logaritmi, progresii, determinarea extremului unei funcții cu metodele analizei matematice, folosirea integralei definite;

**3.** Numerotarea capitolelor și a temelor nu coincide cu cea din curriculum, dar formularea conținutului respectă întocmai programa școlară a fiecărei clase;

**4.** Elementele din Lista de termeni fac referire la noțiunile/cunoștințele care se pot regăsi în itemii subiectului de examen.

**5.** Pornind de la competențele generale și specifice ale învățării fizicii s-a optat pentru un conținut diferențiat al programei de examen, în funcție de filieră și profil.

## II. COMPETENȚE DE EVALUAT

### 1. Explicarea unor fenomene naturale cu ajutorul conceptelor specifice fizicii:

- 1.1. definirea sau recunoașterea unor concepte specifice fizicii menționate în lista de termeni conținută în acest material;
- 1.2. formularea de ipoteze referitoare la fenomene fizice;
- 1.3. exprimarea prin simboluri specifice fizicii a legilor, principiilor și teoremelor fizicii, a definițiilor mărimilor fizice și a unităților de măsură ale acestora;
- 1.4. descrierea semnificațiilor termenilor sau simbolurilor folosite în legi sau relații.

### 2. Utilizarea noțiunilor studiate în rezolvarea unor probleme cu caracter teoretic și aplicativ:

- 2.1. selectarea informațiilor relevante referitoare la fenomenele prezentate în cadrul problemelor;
- 2.2. aplicarea modelelor unor procese în rezolvarea problemelor;
- 2.3. utilizarea adecvată a unor algoritmi și a aparatului matematic în rezolvarea de probleme;
- 2.4. utilizarea reprezentărilor schematice și grafice ajutătoare pentru înțelegerea și rezolvarea unei probleme;
- 2.5. interpretarea din punct de vedere fizic a rezultatelor obținute în rezolvarea unor probleme.

### 3. Interpretarea fenomenelor din viața cotidiană prin folosirea într-un mod integrat a cunoștințelor și a metodelor specifice diferitelor domenii ale fizicii:

- 3.1. identificarea fenomenelor fizice în situații din viața cotidiană;
- 3.2. realizarea de conexiuni între fenomenele specifice diverselor domenii ale fizicii, în scopul explicării principiilor de funcționare ale unor aparate și montaje simple;
- 3.3. selectarea informațiilor relevante pentru interpretarea unor fenomene fizice;
- 3.4. anticiparea evoluției fenomenelor fizice, pornind de la date prezentate;
- 3.5. descrierea și explicarea unor fenomene din viața cotidiană folosind cunoștințe integrate din diferite domenii ale fizicii.

### 4. Identificarea unor relații între informații rezultate din explorarea și experimentarea dirijată a unor fenomene fizice, pentru interpretarea acestora:

- 4.1. decodificarea informațiilor conținute în reprezentări grafice sau tabele;
- 4.2. selectarea informațiilor relevante pentru interpretarea unor fenomene fizice.

### III. ARII TEMATICE

#### *Filiera teoretică – profilul real, Filiera vocațională – profilul militar*

#### A. MECANICA

##### CONȚINUTURI

##### 1. PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ

- 1.1. Mișcare și repaus
- 1.2. Principiul I
- 1.3. Principiul al II-lea
- 1.4. Principiul al III-lea
- 1.5. Legea lui Hooke. Tensiunea în fir
- 1.6. Legile frecării la alunecare

##### 2. TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ

- 2.1. Lucrul mecanic. Puterea mecanică
- 2.2. Teorema variației energiei cinetice a punctului material
- 2.3. Energia potențială gravitațională
- 2.4. Legea conservării energiei mecanice
- 2.5. Teorema variației impulsului
- 2.6. Legea conservării impulsului

##### LISTA DE TERMENI

##### 1. PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ

- viteză, vectorul viteză
- accelerație, vectorul accelerație
- modelul punctului material
- principiul inerției
- principiul fundamental al mecanicii clasice
- unitatea de măsură a forței
- principiul acțiunilor reciproce
- forțe de contact între corpuri
- legile frecării la alunecare
- legea lui Hooke, forța elastică
- forța de tensiune

##### 2. TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ

- lucrul mecanic, mărime de proces
- unitatea de măsură a lucrului mecanic
- interpretarea geometrică a lucrului mecanic
- expresia matematică a lucrului mecanic efectuat de forța de greutate în câmp gravitațional uniform, a lucrului mecanic efectuat de forța de frecare la alunecare și a lucrului mecanic efectuat de forța elastică
- puterea mecanică
- unitatea de măsură a puterii în S.I.
- randamentul planului înclinat
- energia cinetică a punctului material
- teorema variației energiei cinetice a punctului material
- energia potențială
- variația energiei potențiale gravitaționale a sistemului corp – Pământ
- energia mecanică, mărime de stare

- legea conservării energiei mecanice
- impulsul punctului material și a unui sistem de puncte material
- teorema variației impulsului
- legea conservării impulsului

## **B. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ**

### **CONȚINUTURI**

#### **1. NOȚIUNI TERMODINAMICE DE BAZĂ**

#### **2. PRINCIPIUL I AL TERMODINAMICII**

#### **3. APLICAREA PRINCIPIULUI I AL TERMODINAMICII LA TRANSFORMĂRILE GAZULUI IDEAL**

#### **4. MOTOARE TERMICE**

#### **5. PRINCIPIUL AL II-LEA AL TERMODINAMICII**

### **LISTA DE TERMENI**

#### **1. NOȚIUNI TERMODINAMICE DE BAZĂ**

- masă moleculară
- masă moleculară relativă
- cantitate de substanță
- masă molară
- volum molar
- numărul lui Avogadro
- echilibru termic
- corespondența între valoarea numerică a temperaturii în scara Celsius și valoarea numerică a acesteia în scara Kelvin

#### **2. PRINCIPIUL I AL TERMODINAMICII**

- lucrul mecanic în termodinamică, mărime de proces
- interpretarea geometrică a lucrului mecanic în termodinamică
- energia internă a unui sistem termodinamic, mărime de stare
- căldura, mărime de proces
- înveliș adiabatic
- principiul I al termodinamicii
- coeficienți calorici (relații de definiție, unități de măsură în SI)
- relația Robert - Mayer

#### **3. APLICAREA PRINCIPIULUI I AL TERMODINAMICII LA TRANSFORMĂRILE GAZULUI IDEAL**

- energia internă a gazului ideal ( monoatomic, diatomic, poliatomic)
- variația energiei interne, lucrul mecanic și cantitatea de căldură pentru transformările simple ale gazului ideal ( izobară, izocoră, izotermă, adiabatică)

#### **4. MOTOARE TERMICE**

- explicarea funcționării unui motor termic
- descrierea principalelor cicluri termodinamice – Otto, Diesel – pe baza cărora funcționează motoarele termice
- randamentul unui motor termic

#### **5. PRINCIPIUL AL II-LEA AL TERMODINAMICII**

- ciclul Carnot, randamentul ciclului Carnot



## C. PRODUCEREA ȘI UTILIZAREA CURENTULUI CONTINUU

### CONȚINUTURI

1. CURENTUL ELECTRIC
2. LEGEA LUI OHM
3. LEGILE LUI KIRCHHOFF
4. GRUPAREA REZISTOARELOR ȘI GENERATOARELOR ELECTRICE
5. ENERGIA ȘI PUTEREA ELECTRICĂ

### LISTA DE TERMENI

#### 1. CURENTUL ELECTRIC

- curentul electric
- intensitatea curentului electric
- unitatea de măsură a intensității curentului electric
- circuit electric simplu
- tensiune electromotoare a unui generator electric, tensiunea la bornele generatorului, căderea de tensiune în interiorul generatorului

#### 2. LEGEA LUI OHM

- rezistența electrică
- legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit și pentru întreg circuitul
- unitatea de măsură pentru rezistența electrică
- rezistența electrică a unui conductor liniar
- rezistivitatea electrică, dependența rezistivității electrice de temperatură

#### 3. LEGILE LUI KIRCHHOFF

- rețeaua electrică
- nodul de rețea
- ochiul de rețea
- legile lui Kirchhoff

#### 4. GRUPAREA REZISTOARELOR ȘI GENERATOARELOR ELECTRICE

- rezistența electrică echivalentă a grupării serie, paralel sau mixtă a mai multor rezistori
- rezistența electrică echivalentă și t.e.m. echivalentă corespunzătoare grupării serie / paralel a mai multor generatoare electrice

#### 5. ENERGIA ȘI PUTEREA ELECTRICĂ

- expresia energiei transmise de generator consumatorului într-un interval de timp
- expresia energiei disipate în interiorul generatorului
- randamentul unui circuit electric simplu
- puterea electrică; relații ce caracterizează puterea electrică

## D. OPTICA

### CONȚINUTURI

#### 1. OPTICA GEOMETRICĂ

- 1.1. Reflexia și refracția luminii
- 1.2. Lentile subțiri. Sisteme de lentile

#### 2. OPTICA ONDULATORIE

- 2.1. Interferența
- 2.2. Dispozitivul Young

#### 3. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

- 3.1. Efect fotoelectric extern

### LISTA DE TERMENI

#### 1. OPTICA GEOMETRICĂ

- reflexia luminii
- refracția luminii
- legile reflexiei
- legile refracției
- indicele de refracție
- punctele conjugate
- fasciculele paraxiale
- imaginile reale/virtuale
- lentila optică
- elementele caracteristice ale unei lentile subțiri (axe, centru optic, focare);
- convergența unei lentile subțiri
- formulele lentilelor subțiri
- imaginile obiectelor reale/virtuale în lentile subțiri
- sisteme de lentile

#### 2. OPTICA ONDULATORIE

- condiții de obținere a interferenței staționare
- lungimea de undă
- elementele componente ale dispozitivului Young
- franje de interferență
- diferența de drum optic
- condițiile de maxim, respectiv de minim de interferență
- interfranja

#### 3. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

- legile efectului fotoelectric extern
- ipoteza lui Planck. Ipoteza lui Einstein. Ecuația lui Einstein
- interpretarea legilor efectului fotoelectric extern

## ***Filiera tehnologică – profilul tehnic și profilul resurse naturale și protecția mediului***

### **A. MECANICA**

#### **CONȚINUTURI**

##### **1. PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ**

- 1.1. Mișcare și repaus
- 1.2. Principiul I
- 1.3. Principiul al II-lea
- 1.4. Principiul al III-lea
- 1.5. Legea lui Hooke. Tensiunea în fir
- 1.6. Legile frecării la alunecare

##### **2. TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ**

- 2.1. Lucrul mecanic. Puterea mecanică
- 2.2. Teorema variației energiei cinetice a punctului material
- 2.3. Energia potențială gravitațională
- 2.4. Legea conservării energiei mecanice

#### **LISTA DE TERMENI**

##### **1. PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ**

- viteză, vectorul viteză
- accelerație, vectorul accelerație
- modelul punctului material
- principiul inerției
- principiul fundamental al mecanicii clasice
- unitatea de măsură a forței
- principiul acțiunilor reciproce
- forțe de contact între corpuri
- legile frecării la alunecare
- legea lui Hooke, forța elastică
- forța de tensiune

##### **2. TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ**

- lucrul mecanic, mărime de proces
- unitatea de măsură a lucrului mecanic
- expresia matematică a lucrului mecanic efectuat de forța de greutate în câmp gravitațional uniform
- lucrul mecanic efectuat de forța de frecare la alunecare
- puterea mecanică
- unitatea de măsură a puterii în S.I.
- randamentul planului înclinat
- energia cinetică a punctului material
- teorema variației energiei cinetice a punctului material
- energia potențială
- variația energiei potențiale gravitaționale a sistemului corp – Pământ
- energia mecanică, mărime de stare
- legea conservării energiei mecanice

## **B. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ**

### **CONȚINUTURI**

- 1. NOȚIUNI TERMODINAMICE DE BAZĂ**
- 2. PRINCIPIUL I AL TERMODINAMICII**
- 3. APLICAREA PRINCIPIULUI I AL TERMODINAMICII LA TRANSFORMĂRILE GAZULUI IDEAL**
- 4. MOTOARE TERMICE**

### **LISTA DE TERMENI**

#### **1. NOȚIUNI TERMODINAMICE DE BAZĂ**

- masă moleculară
- masă moleculară relativă
- cantitate de substanță
- masă molară
- volum molar
- numărul lui Avogadro
- echilibru termic
- corespondența între valoarea numerică a temperaturii în scara Celsius și valoarea numerică a acesteia în scara Kelvin

#### **2. PRINCIPIUL I AL TERMODINAMICII**

- lucrul mecanic în termodinamică, mărime de proces
- interpretarea geometrică a lucrului mecanic în termodinamică
- energia internă a unui sistem termodinamic, mărime de stare
- căldura, mărime de proces
- înveliș adiabatic
- principiul I al termodinamicii
- coeficienți calorici (relații de definiție, unități de măsură în SI)
- relația Robert - Mayer

#### **3. APLICAREA PRINCIPIULUI I AL TERMODINAMICII LA TRANSFORMĂRILE GAZULUI IDEAL**

- energia internă a gazului ideal ( monoatomic, diatomic, poliatomic)
- variația energiei interne, lucrul mecanic și cantitatea de căldură pentru transformările simple ale gazului ideal ( izobară, izocoră, izotermă, adiabatică)

#### **4. MOTOARE TERMICE**

- explicarea funcționării unui motor termic
- descrierea principalelor cicluri termodinamice – Otto, Diesel – pe baza cărora funcționează motoarele termice

## C. PRODUCEREA ȘI UTILIZAREA CURENTULUI CONTINUU

### CONȚINUTURI

1. CURENTUL ELECTRIC
2. LEGEA LUI OHM
3. LEGILE LUI KIRCHHOFF
4. GRUPAREA REZISTOARELOR ȘI GENERATOARELOR ELECTRICE
5. ENERGIA ȘI PUTEREA ELECTRICĂ

### LISTA DE TERMENI

1. CURENTUL ELECTRIC
  - curentul electric
  - intensitatea curentului electric
  - unitatea de măsură a intensității curentului electric
  - circuit electric simplu
  - tensiune electromotoare a unui generator electric, tensiunea la bornele generatorului, căderea de tensiune în interiorul generatorului
2. LEGEA LUI OHM
  - rezistența electrică
  - legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit și pentru întreg circuitul
  - unitatea de măsură pentru rezistența electrică
  - rezistența electrică a unui conductor liniar
  - rezistivitatea electrică, dependența rezistivității electrice de temperatură
3. LEGILE LUI KIRCHHOFF
  - rețeaua electrică
  - nodul de rețea
  - ochiul de rețea
  - legile lui Kirchhoff
4. GRUPAREA REZISTOARELOR ȘI GENERATOARELOR ELECTRICE
  - rezistența electrică echivalentă a grupării serie, paralel sau mixtă a mai multor rezistori
  - rezistența electrică echivalentă și t.e.m. echivalentă corespunzătoare grupării serie / paralel a mai multor generatoare electrice identice
5. ENERGIA ȘI PUTEREA ELECTRICĂ
  - expresia energiei transmise de generator consumatorului într-un interval de timp
  - expresia energiei disipate în interiorul generatorului
  - randamentul unui circuit electric simplu
  - puterea electrică; relații ce caracterizează puterea electrică

## D. OPTICA

### CONȚINUTURI

#### 1. OPTICA GEOMETRICĂ

1.1. Reflexia și refracția luminii

1.2. Lentile subțiri. Sisteme de lentile

#### 2. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

2.1. Efect fotoelectric extern

### LISTA DE TERMENI

#### 1. OPTICA GEOMETRICĂ

- reflexia luminii
- refracția luminii
- legile reflexiei
- legile refracției
- indicele de refracție
- punctele conjugate
- fasciculele paraxiale
- imaginile reale/virtuale
- lentila optică
- elementele caracteristice ale unei lentile subțiri (axe, centru optic, focare);
- convergența unei lentile subțiri
- formulele lentilelor subțiri
- imaginile obiectelor reale/virtuale în lentile subțiri
- sisteme de lentile

#### 2. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

- legile efectului fotoelectric extern
- ipoteza lui Planck. Ipoteza lui Einstein. Ecuația lui Einstein
- interpretarea legilor efectului fotoelectric extern